

Examen : Bac S

---

Epreuve : Mathématiques

---

France-examen.com

## RAPPEL DU SUJET

### Sujet 2 : commun à tous les candidats

Dans un repère orthonormé  $(O, I, J, K)$  d'unité 1 cm, on considère les points  $A(0 ; -1 ; 5)$ ,  $B(2 ; -1 ; 5)$ ,  $C(11 ; 0 ; 1)$ ,  $D(11 ; 4 ; 4)$ .

Un point  $M$  se déplace sur la droite  $(AB)$  dans le sens de  $A$  vers  $B$  à la vitesse de 1 cm par seconde.  
Un point  $N$  se déplace sur la droite  $(CD)$  dans le sens de  $C$  vers  $D$  à la vitesse de 1 cm par seconde.  
À l'instant  $t = 0$  le point  $M$  est en  $A$  et le point  $N$  est en  $C$ .

On note  $M_t$  et  $N_t$  les positions des points  $M$  et  $N$  au bout de  $t$  secondes,  $t$  désignant un nombre réel positif.

On admet que  $M_t$  et  $N_t$  ont pour coordonnées :  $M_t(t ; -1 ; 5)$  et  $N_t(11 ; 0,8 t ; 1 + 0,6 t)$ .

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1.

- La droite  $(AB)$  est parallèle à l'un des axes  $(OI)$ ,  $(OJ)$  ou  $(OK)$ . Lequel ?
- La droite  $(CD)$  se trouve dans un plan  $\mathcal{P}$  parallèle à l'un des plans  $(OIJ)$ ,  $(OIK)$  ou  $(OJK)$ . Lequel ? On donnera une équation de ce plan  $\mathcal{P}$ .
- Vérifier que la droite  $(AB)$ , orthogonale au plan  $\mathcal{P}$ , coupe ce plan au point  $E(11 ; -1 ; 5)$ .
- Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont-elles sécantes ?

2.

- Montrer que  $M_t N_t^2 = 2 t^2 - 25,2 t + 138$ .
- À quel instant  $t$  la longueur  $M_t N_t$  est-elle minimale ?

Examen : Bac S

---

Epreuve : Mathématiques

---

France-examen.com

## LE CORRIGÉ

### I - Quel intérêt pour ce sujet ?

Déterminer l'instant où la distance de 2 points mobiles de l'espace est minimale.

### II - Savoirs et Savoir-faire

- Equations de droites et plans dans l'espace.
- Positions relatives de droites et plans.

### III - Réponses

- 1) a)  $(AB) // (OI)$   
b)  $(CD)$  est dans un plan  $\mathcal{P}$  parallèle au plan  $(OJK)$   
c)  $(AB)$  est orthogonale à  $\mathcal{P}$  et coupe  $\mathcal{P}$  en  $E(11; -1; 5)$   
d) Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  ne sont pas sécantes
- 2) a)  $M_t N_t^2 = 2t^2 - 25,2t + 138$   
b)  $t = 6,3s$

### IV - Développement

- 1) a) Le vecteur  $\vec{AB}$  a pour coordonnées  $(2; 0; 0)$ .  
Il est donc colinéaire à  $\vec{OI}$ , la droite  $(AB)$  est parallèle à l'axe  $(OI)$
- b) Les points  $C$  et  $D$  ont la même abscisse, donc la droite  $(CD)$  est dans un plan parallèle au plan  $(OJK)$ .  
Une équation de ce plan est  $x = 11$
- c) La droite  $(AB)$  est parallèle à l'axe  $(OI)$   
Le plan  $P$  est parallèle au plan  $(OJK)$   
Le repère  $(O, I, J, K)$  est orthonormé donc la droite  $(AB)$  est orthogonale au plan  $P$
- Pour tout point de  $(AB)$  on a  
 $y = -1$  et  $z = 5$   
Pour tout point de  $\mathcal{P}$  on a  $x = 11$   
Le point d'intersection de  $(AB)$  est  $\mathcal{P}$  et  $E(11; -1; 5)$

Examen : Bac S

Epreuve : Mathématiques

France-examen.com

d) Le vecteur  $\vec{CD}$  a pour coordonnées (0 ; 4 ; 3)

Le vecteur  $\vec{CE}$  a pour coordonnées (0 ; -1 ; 4)

Les vecteurs  $\vec{CE}$  et  $\vec{CD}$  ne sont pas colinéaires donc  $E \notin (CD)$

comme  $(AB) \cap \mathcal{P} = \{E\}$  et  $(CD) \subset \mathcal{P}$ , les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  ne sont pas sécantes.

2) a) Si  $M_t(t; -1; 5)$   $N_t(11; 0,8t; 1+0,6t)$

$$M_t N_t^2 = (11-t)^2 + (0,8t+1)^2 + (1+0,6t-5)^2$$

$$M_t N_t^2 = 121 - 22t + t^2 + 0,64t^2 + 1,6t + 1 + 0,36t^2 - 4,8t + 16$$

$$M_t N_t^2 = 2t^2 - 25,2t + 138$$

b) on pose  $f(t) = 2t^2 - 25,2t + 138$

étude de  $f$  sur  $[0, +\infty[$ .

La fonction dérivée est telle que  $f'(t) = 4t - 25,2$

$$f'(t) = 0 \text{ sit } = \frac{25,2}{4} = 6,3$$

Tableau de variation

t	0	6,3	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
f			

La longueur  $M_t N_t$  est minimale pour  $t = 6,3$ s

## V - Difficultés

Il fallait simplement bien connaître son cours sur les équations de droites et plans dans l'espace.

Une bonne vision dans l'espace ne pouvait pas nuire.